

LYCÉE Georges BRASSENS
Seconde GT 2nde5
DEVOIR Commun DE MATHÉMATIQUES
- Mars 2020 -
Durée : 2 h

Nom / Prénom :
 Classe : 2nde5

Le sujet comporte 11 pages numérotées de 1 à 11 , dont une **annexe (page 11)** .

Le sujet complet est à rendre avec la copie .

Les exercices sont indépendants et peuvent être traités dans l'ordre voulu.

L'utilisation d'une calculatrice graphique est autorisée.

(conformément à la circulaire N°99-186 du 16-11-99)

TOUT ÉCHANGE DE MATÉRIEL ENTRE CANDIDATS EST INTERDIT.

Aucun document autre que le sujet n'est autorisé

La qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies.

Le barème ci-dessous est donné à titre indicatif :

Exercice n°	1	2	3	4	Total
Barème	4	10	10	5	29
Copie					1

suite exercice n°1 →

Exercice 1 : QCM

- - correction -

4pts

Pour chaque question, indiquer la lettre désignant l'**unique** bonne réponse dans le tableau ci-dessous.

Aucune justification n'est demandée.

Barème : réponse juste : +0,5, réponse fausse : -0,25, pas de réponse : 0.

Si le total des points est négatif, alors la note attribuée à l'exercice est ramenée à 0.

Question :	1	2	3	4	5	6	7	8
Réponse :								

Partie A : calcul algébrique

Pour les questions 1 à 4, on considère la fonction f définie par $f(x) = x + \frac{2}{x}$.

1. L'image de 0 est :

- (a) 0; | (b) n'existe pas; | (c) 2.

2. Le réel 3 a pour antécédent :

- | | | |
|--------|--------|---------------------|
| (a) 2; | (b) 3; | (c) $\frac{3}{2}$. |
|--------|--------|---------------------|

3. La représentation graphique de la fonction f passe par le point :

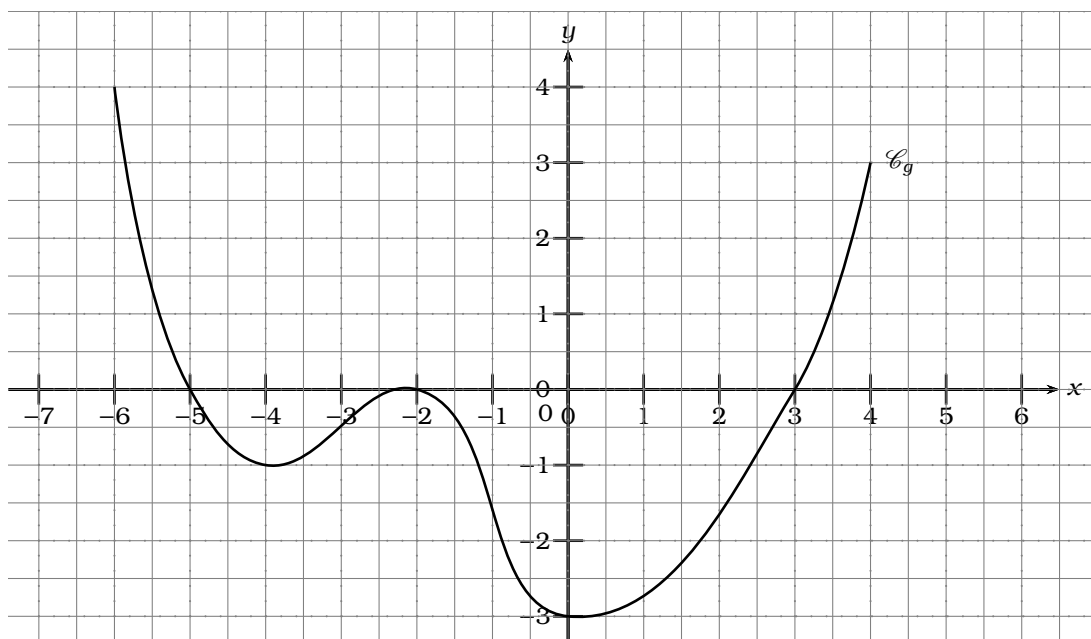
- $$\text{(a) } A\left(\frac{1}{2}; \frac{9}{2}\right); \quad \left| \quad \text{(b) } A\left(-\frac{1}{2}; \frac{3}{2}\right); \quad \right| \quad \text{(c) } A\left(-\frac{1}{2}; \frac{9}{2}\right).$$

4. La fonction f est :

- (a) paire ; (b) impaire ; (c) ni l'un, ni l'autre .

Partie B : lecture graphique

Pour les questions de 5 à 8, on considère la fonction g définie par sa courbe représentative $\mathcal{C}_g$ ci-dessous :



suite de l'exercice n°1 $\hookrightarrow$



À partir du graphique, répondre aux questions suivantes :

5. L'ensemble de définition de g est :

- (a) $[-3; 4]$; (b) $[-6; 4]$; (c) $[-7; 6]$.

6. Le nombre 0 a :

- (a) exactement 3 antécédents; (b) exactement 2 antécédents; (c) aucun antécédent.

7. $g(0)$ est égal à :

- (a) 3; | (b) -3; | (c) n'existe pas .

8. La fonction g est croissante sur :

- (a) $[-4; -2]$ et $[0; 4]$; (b) $[-6; -5]$ et $[3; 4]$; (c) $[-6; 4]$ et $[-2; 0]$.

Exercice 2 : Droites

- correction -

10pts

1. Représenter graphiquement , dans le repère ci-contre, la droite $\mathcal{D}$ d'équation :

$$y = 0.5x + 2.$$

2. Représenter graphiquement, dans le repère ci-contre, la droite $\mathcal{D}'$ d'équation :

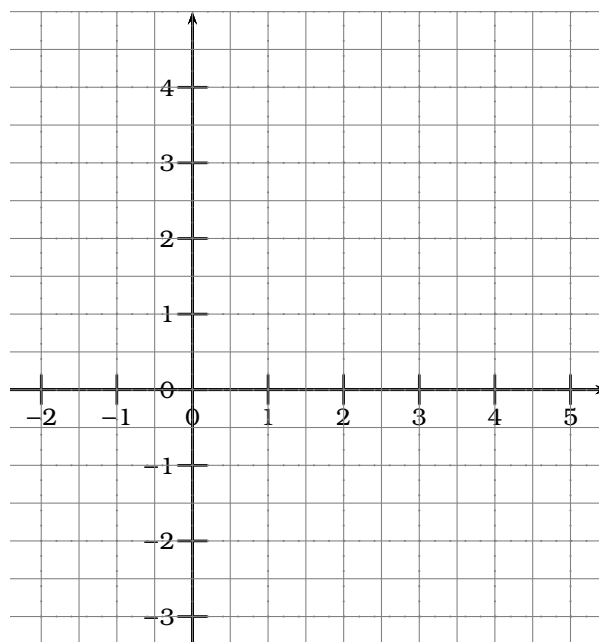
$$y = 2x - 2 .$$

3. Le point de coordonnées $(7;14)$ appartient-il à la droite $\mathcal{D}'$? Justifier.

4. Quelle est l'abscisse x du point d'ordonnée 10 de la droite $\mathcal{D}$?

5. (a) Quelle équation faut-il résoudre pour déterminer l'abscisse x du point d'intersection des droites $\mathcal{D}$ et $\mathcal{D}'$?

- (b) Résoudre cette équation .
(arrondir à 0,01 près)



Exercice 3 : Fonctions

- correction -

10pts

On considère un segment $[AB]$ de longueur 5 cm et un point M quelconque de $[AB]$.

On construit alors les carrés $AMEQ$ et $MDPB$.

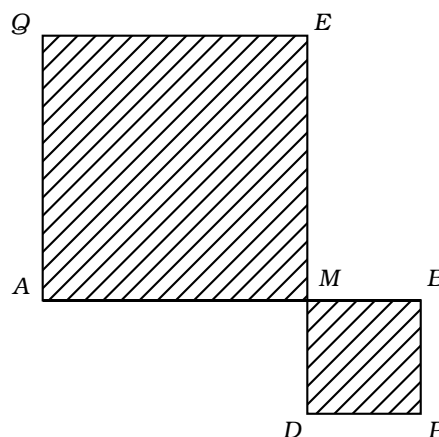
Dans cet exercice, on s'intéresse à l'aire totale de la surface hachurée ci-contre.

Partie A : exemple

Pour $AM = 3,5$ cm, calculer l'aire de la surface hachurée.

Partie B : modélisation

On pose $AM = x$ (en cm).



1. Quel est l'ensemble des valeurs possibles pour x ?
2. Montrer que l'aire, notée $f(x)$, de la surface hachurée admet pour expression :

$$f(x) = 2x^2 - 10x + 25.$$

3. À l'aide de la calculatrice, compléter le tableau suivant :
(arrondir les résultats au dixième. Le détail des calculs n'est pas demandé)

x	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4	4,5	5
$f(x)$											

4. Sur l'**annexe** (p.6), représenter la fonction f dans un repère orthogonal.
(unités graphiques : 2 cm en abscisse et 0,5 cm en ordonnée).
5. Conjecturer (proposer), à l'aide du graphique, la valeur minimale de l'aire hachurée.
6. Dresser le tableau de variations de f .
7. Résoudre graphiquement (on donnera les résultats sous forme d'ensemble solution) :

a. $f(x) = 19$;

b. $f(x) > 19$.

Exercice 4 : Algorithme

- - correction -

5pts

On considère l'algorithme suivant :

Variable

a nombre réel

Entrée

Saisir a

Traitement

a prend la valeur $a - 2$

a prend la valeur $16 - a^2$

Sortie

Afficher a

1. En saisissant $\alpha = 2$, quel est l’affichage en sortie ?
2. On note f la fonction qui, à un nombre , associe la valeur affichée par cet algorithme lorsque le nombre saisi est x .
Parmi les expressions suivantes, entourer celle qui est égale à $f(x)$? (ou recopier la réponse sur ta copie)

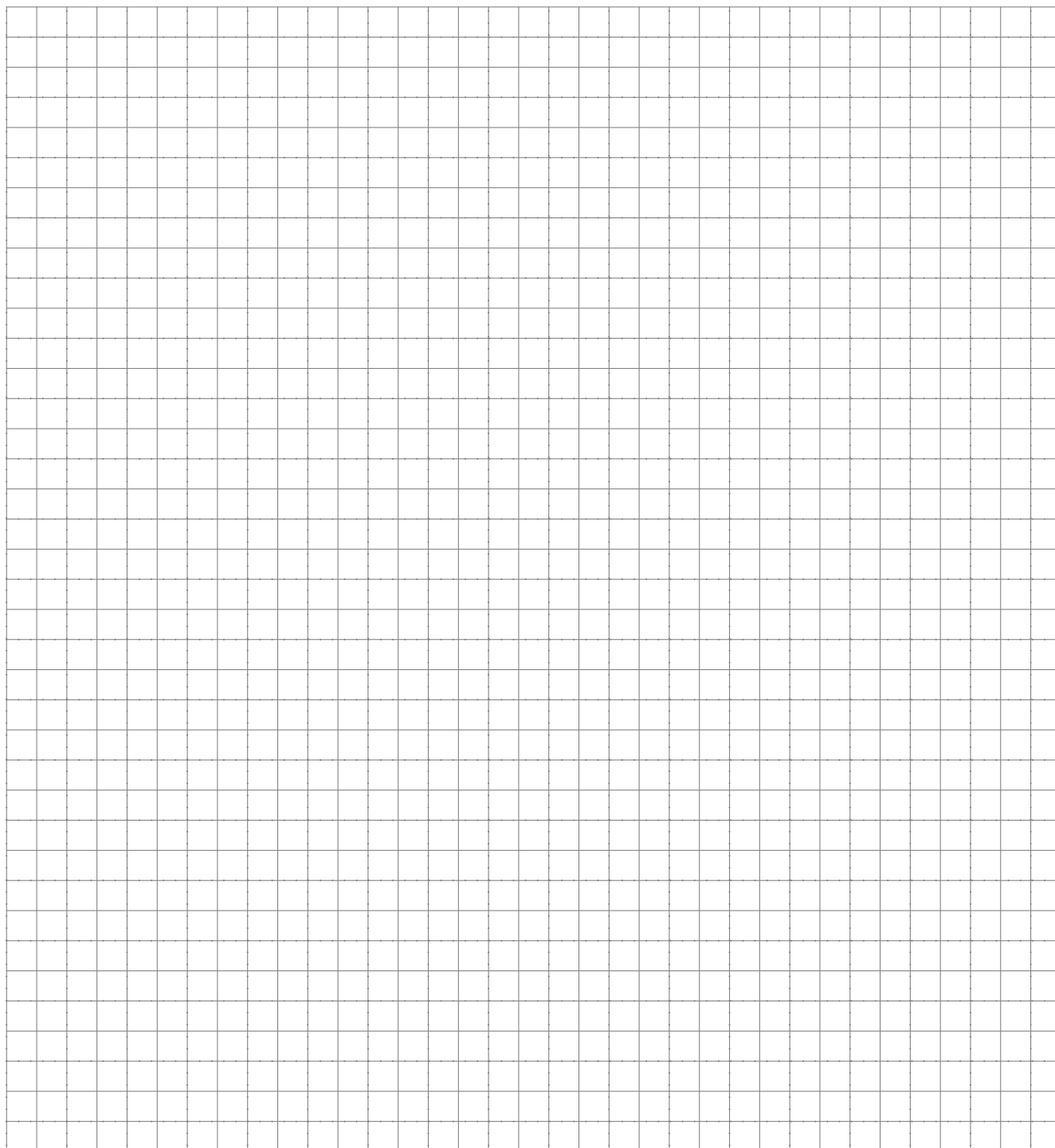
(a) $16 - x^2$,	(b) $16 - (x - 2)^2$,	(c) $16 - x^2 + x - 2$.
------------------	------------------------	--------------------------
3. Traduire l’algorithme en langage **Python** .
4. Quel nombre faut-il choisir au départ pour que le résultat obtenu soit 16 ?
Pour cette question, toute trace de recherche, même incomplète ou non fructueuse, sera valorisée.

suite annexe↪



- Annexe de l'exercice 3 (p. 4) : “**Fonctions**”, question 4 -

Nom / Prénom :
Classe :



- Bon courage -



fin du sujet





2GT : Devoir Commun de Mathématique

- (Mars 2020) -

Correction

- sujet -

Exercice 1 : GCM

- consigne -

4pts

Barème : réponse juste : +0,5, réponse fausse : -0,25, pas de réponse : 0.

Question :	1	2	3	4	5	6	7	8
Réponse :	b	a	a	b	b	a	b	a

Partie A : calcul algébrique

Pour les questions 1 à 4, on considère la fonction f définie par $f(x) = x + \frac{2}{x}$.

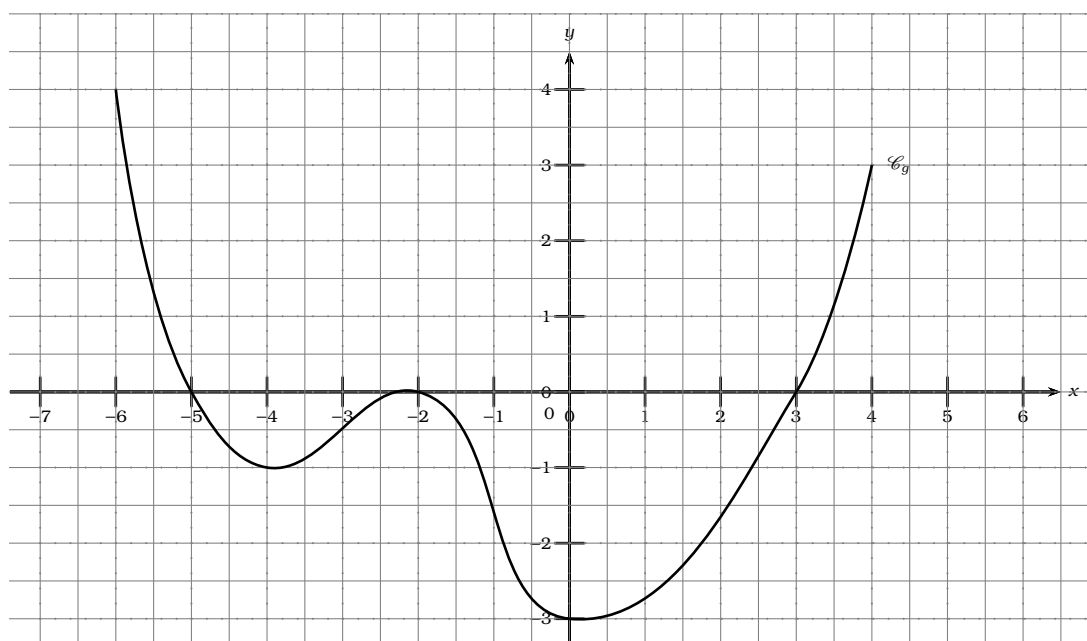
1. L'image de 0 est :

(a) $\emptyset$;(b) **n'existe pas** ;(c) $\mathbb{R}$;

2. Le réel 3 a pour antécédent :

(a) **2** ;(b) $\mathbb{R}$;(c) $\frac{3}{2}$;3. La représentation graphique de la fonction f passe par le point :(a) **$A\left(\frac{1}{2}; \frac{9}{2}\right)$** ;(b) ~~$A\left(-\frac{1}{2}; \frac{3}{2}\right)$~~ ;(c) ~~$A\left(-\frac{1}{2}; \frac{9}{2}\right)$~~ ;4. La fonction f est :(a) ~~paire~~ ;(b) **impaire** ;(c) ~~ni l'un, ni l'autre~~ ;

Partie B : lecture graphique

Pour les questions 5 à 8, on considère la fonction g définie par sa courbe représentative $\mathcal{C}_g$ ci-dessous :

À partir du graphique :

suite →



- Correction -

5. L'ensemble de définition de g est :

(a) ~~$[-3; 4]$~~ ;

(b) $[-6; 4]$;

(c) ~~$[-7; 6]$~~ .

6. Le nombre 0 a :

(a) **exactement 3 antécédents** ;

(b) ~~exactement 2 antécédents~~ ;

(c) ~~aucun antécédent~~ .

7. $g(0)$ est égal à :

(a) ~~$\mathcal{R}$~~ .

(b) -3 ;

(c) ~~n'existe pas~~ ;

8. La fonction g est croissante sur :

(a) **$[-4; -2]$ et $[0; 4]$** ;

(b) ~~$[-6; -5]$ et $[3; 4]$~~ ;

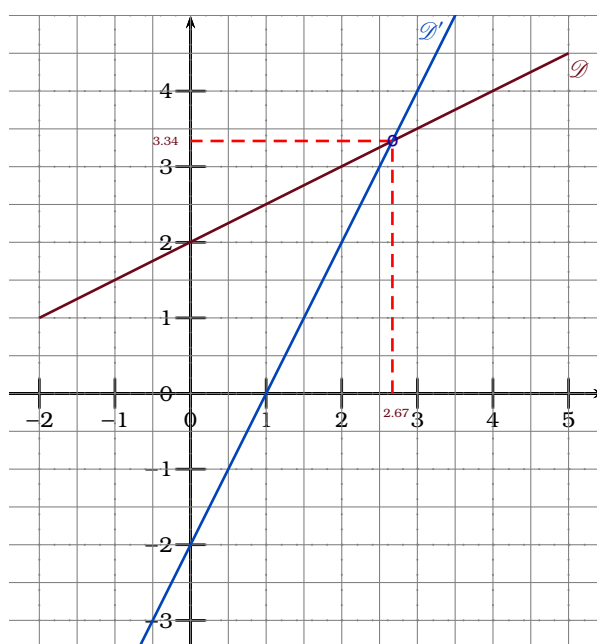
(c) ~~$[-6; 4]$ et $[-2; 0]$~~ .

Exercice 2 : Droites

- consigne -

10pts

- Représenter graphiquement, dans le repère ci-contre, la droite $\mathcal{D}$ d'équation : $y = 0.5x + 2$.
- Représenter graphiquement, dans le repère ci-contre, la droite $\mathcal{D}'$ d'équation : $y = 2x - 2$.
- Le point de coordonnées $(7; 14)$ appartient-il à la droite $\mathcal{D}'$? Justifier.
Non, car ses coordonnées ne vérifient pas l'équation de la droite $\mathcal{D}'$: $2 \times 7 - 2 = 12 \neq 14$.
- Quelle est l'abscisse x du point d'ordonnée 10 de la droite $\mathcal{D}$?
Cela revient à résoudre l'équation $0.5x + 2 = 10 \Leftrightarrow x = \frac{10-2}{0.5} = 16$.
L'abscisse de ce point est donc **16** .
- Quelle équation faut-il résoudre pour déterminer l'abscisse x du point d'intersection des droites $\mathcal{D}$ et $\mathcal{D}'$?
Cette équation est $0.5x + 2 = 2x - 2$.
 - Résoudre cette équation . (arrondir à 0,01 près)
 $0.5x + 2 = 2x - 2 \Leftrightarrow 2x - 0.5x = 2 + 2 \Leftrightarrow$
 $\Leftrightarrow 1,5x = 4 \Leftrightarrow x = 2,666 \approx 2,67$:
l'abscisse de ce point est donc $\approx 2,67$ et son ordonnée est $\approx 3,34$



Exercice 3 : Fonctions

- consigne -

10pts

Partie A : exemple

Si $AM = 3,5$ cm, l'aire de la surface hachurée vaut :

$$\mathcal{A} = AM^2 + MB^2 = 3.5^2 + (5 - 3.5)^2 =$$

$$= 12.25 + 2.25 = 14.5 :$$

$$\mathcal{A} = 14.5 \text{ cm}^2 .$$

Partie B : modélisation

Si $AM = x$ (en cm) :

- L'ensemble des valeurs possibles pour x :

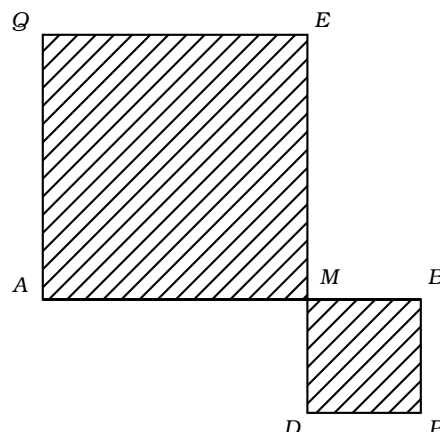
$$AB = 5 \text{ cm et } M \in [AB] : x \in [0; 5] \Leftrightarrow 0 \leq x \leq 5 .$$

- L'expression de l'aire :

$$\mathcal{A} = AM^2 + MB^2 = x^2 + (5 - x)^2 =$$

$$= x^2 + 25 - 10x + x^2 = 2x^2 - 10x + 25 :$$

$$\mathcal{A} = f(x) = 2x^2 - 10x + 25 .$$



suite de l'exercice n°3 →

3. Le tableau complété :

(1.5pt)

x	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4	4,5	5
$f(x)$	25	20,5	17	14,5	13	12,5	13	14,5	17	20,5	25

4. La représentation graphique de la fonction f :

- voir l'annexe (p.11) -

(1.5pt)

5. La conjecture :

(0.5pt)

D'après le graphique , il semble que l'aire hachurée atteint son **minimum 12,5 pour $x = 2.5$** .

6. Le tableau de variations de f :

(1.5pt)

x	0	2,5	5
variations de $f(x)$	25	12,5	25

7. La résolution graphique :

- (a) $f(x) = 19 \iff x \in S = \{0, 75; 4, 25\}$ (1pt)
- (b) $f(x) > 19 \iff x \in S = [0; 0, 75] \cup [4, 25; 5]$ (1pt)

Exercice 4 : Algorithmme

- - consigne -

5pts

1. L'affichage en sortie :

En saisissant $a = 2$ quel est l'affichage en sortie ?

L'affichage en sortie est : **$a = 16$** ($= 16 - (2 - 2)^2 = 16 - 0^2 = 16$)

2. L'expression de f :

On note f la fonction qui, à un nombre, associe la valeur affichée par cet algorithme lorsque le nombre saisi est x .

Parmi les expressions suivantes, entourer celle qui est égale à $f(x)$?

La fonction f admet pour expression :

1. ~~$16 - x^2$~~ 2. **$16 - (x - 2)^2$** 3. ~~$16 - x^2 + x - 2$~~

4. Le nombre de départ :

Quel nombre faut-il choisir au départ pour que le résultat obtenu soit 16 ?

Cela revient à résoudre l'équation $16 - (x - 2)^2 = 16$.

On a :

$$16 - (x - 2)^2 = 16 \iff -(x - 2)^2 = 0 \iff (x - 2)^2 = 0 \iff (x - 2) = 0 \iff x = 2 .$$

Le nombre à saisir au départ est : **$a = 2$** .

3. en langage Python :

L'algorithme :

Variable

a nombre réel

Entrée

Saisir a

Traitement

a prend la valeur $a - 2$

a prend la valeur $16 - a^2$

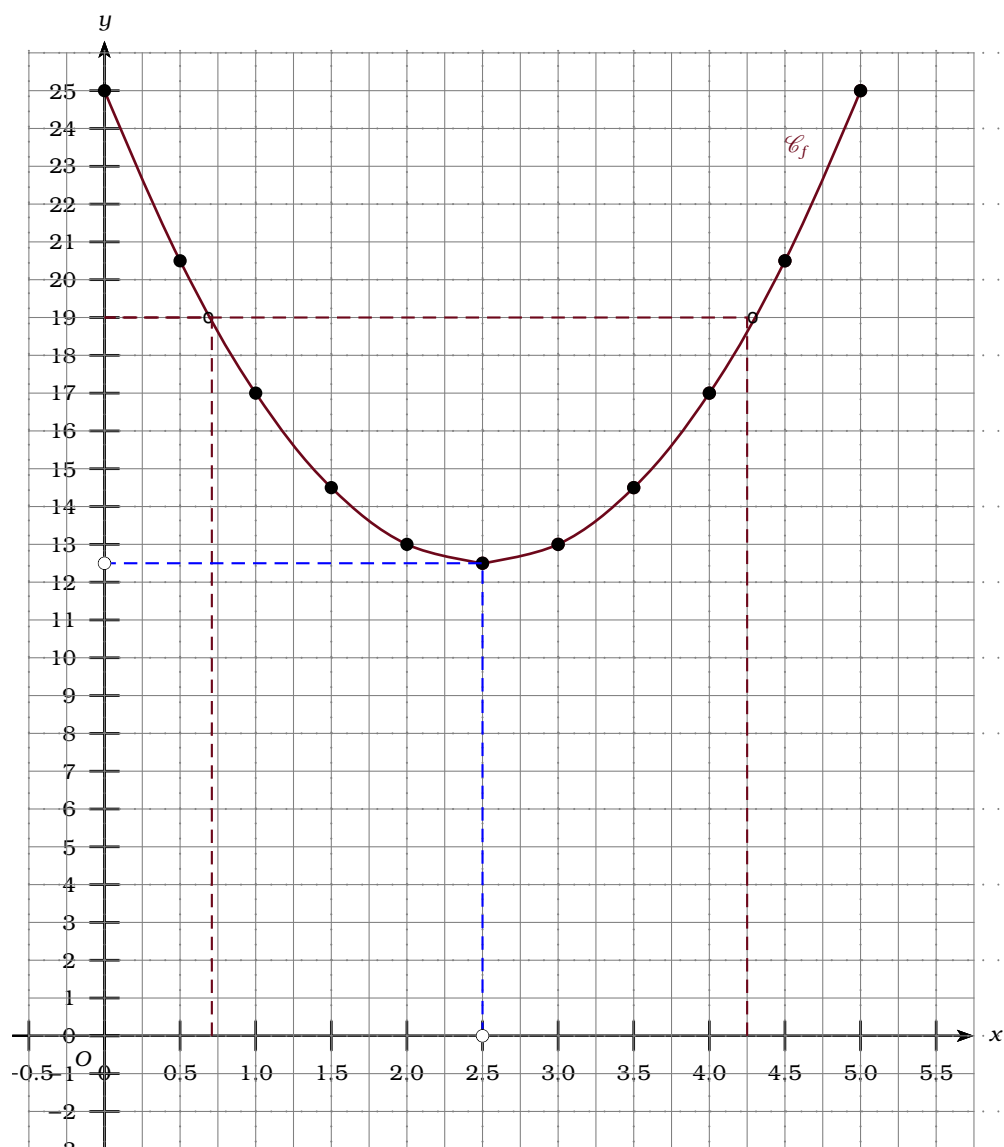
Sortie

Afficher a

```
from math import *      ### pas obligatoire
def f(x):
    f=16-(x-2)**2
    return f            ### ou print(f)
```

[suite annexe](#)

- Annexe de l'exercice 3 (p. 4) : "Fonctions", question 4 -



fin de la correction

début ←

Liens Utiles →

Liens Utiles :



- Cours : [fonction I](#)  / [GéoGebra](#) : [GéoGebra](#)  -

- HowTo : [TI](#)  / [Casio](#)  / [NumWorks](#)  -

- Python : [NumWorks](#)  -



- Autres :

- affine_signe : http://s.bouras.free.fr/ecole/lycees/tice/geogebra/fonction/fct_affine_signe.ggb 
- affine_variations : http://s.bouras.free.fr/ecole/lycees/tice/geogebra/fonction/fct_affine_variations.ggb 
- fonction_pdf : <http://s.bouras.free.fr/ecole/lycees/2nde/fiches/fonction.pdf> 
- fonction_carre : http://s.bouras.free.fr/ecole/lycees/2nde/fiches/fct_carre.pdf 
- fonction_inverse : http://s.bouras.free.fr/ecole/lycees/2nde/fiches/fonction_inverse.pdf 
- statistique : <http://s.bouras.free.fr/ecole/lycees/2nde/fiches/stats.pdf> 
- vecteurs : <http://s.bouras.free.fr/ecole/lycees/2nde/fiches/vecteurFlash.php>
- TestOnLine : <http://s.bouras.free.fr/ecole/lycees/2nde/TestOnLine/seconde.php>
- ManuelEnLigne : <http://s.bouras.free.fr/ecole/lycees/2nde/TestOnLine/seconde.php>

- Calculatrice / Tableur :

- Milieu : <http://s.bouras.free.fr/ecole/lycees/tice/programmation/milieu.pdf> 
- Distance : http://s.bouras.free.fr/ecole/lycees/tice/programmation/distance_prog.pdf 
- Distance2 : http://s.bouras.free.fr/ecole/lycees/tice/programmation/distance2_prog.pdf 
- statistique : <http://s.bouras.free.fr/ecole/lycees/tice/programmation/statice.pdf#calculatrice> 

- Tableur :

- statistique : <http://s.bouras.free.fr/ecole/lycees/tice/programmation/statice.pdf#tableur> 

- AlgoBox :

- Milieu : http://s.bouras.free.fr/ecole/lycees/tice/algobox/milieu_algo.pdf 
- Distance : http://s.bouras.free.fr/ecole/lycees/tice/algobox/distance_algo.pdf 
- Download : [milieu.alg](#)  / [distance.alg](#) 
- TestOnLine : [TestOnLine](#) 

- GéoGebra :

- géogebra : <http://s.bouras.free.fr/ecole/lycees/tice/geogebra/geogebra.php> 

